

DINÁMICA

LAS LEYES DEL MOVIMIENTO

Ricardo Gánem Corvera

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Ciudad de México

Rosa María Guadalupe García Castelán

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Ciudad de México

Ana Elizabeth García Hernández

Universidad La Salle
Campus Morelia

PRIMERA EDICIÓN EBOOK
MÉXICO, 2014



**Para establecer comunicación
con nosotros puede hacerlo por:**



correo:
Renacimiento 180, Col. San Juan
Tlihuaca, Azcapotzalco,
02400, México, D.F.



fax pedidos:
(01 55) 5354 9109 • 5354 9102



e-mail:
info@editorialpatria.com.mx



home page:
www.editorialpatria.com.mx

Dirección editorial: Javier Enrique Callejas

Coordinación editorial: Estela Delfín Ramírez

Diseño de interiores: Jorge Martínez Jiménez (Seditograf)

Diseño de portada: Jaime Millán Sánchez (Publishare)

Ilustraciones: Adrian Zamorategui Berber, Arturo D. Ramírez (Nemesis)

Fotografías: Jupiter Images Corporation

Revisión técnica

M. en C. Sergio Saldaña Sánchez

Instituto Politécnico Nacional

Dinámica. Las leyes del movimiento

Derechos reservados:

© 2014, Ricardo Gánem Corvera, Rosa María Guadalupe García Castelán, Ana Elizabeth García Hernández

© 2014, GRUPO EDITORIAL PATRIA, S.A. DE C.V.

Renacimiento 180, Colonia San Juan Tlihuaca,

Delegación Azcapotzalco, Código Postal 02400, México, D.F.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana

Registro núm. 43

ISBN ebook: 978-607-438-906-7

Queda prohibida la reproducción o transmisión total o parcial del contenido de la presente obra en cualesquiera formas, sean electrónicas o mecánicas, sin el consentimiento previo y por escrito del editor.

Impreso en México

Printed in Mexico

Primera edición ebook: 2014

Dedicatoria

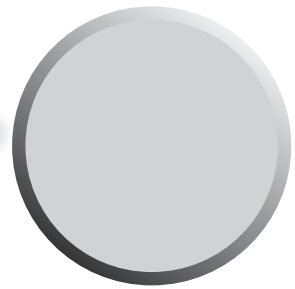
*Para Mayte y para mis hijos: Ana Paula y Andrés con mucho cariño.
Ricardo Gánem C.*

*Para mi esposo y mi hijo con cariño.
Rosa María Guadalupe García Castelán*

*Con amor y cariño para mi esposo y mis hijos.
Ana Elizabeth García H.*



CONTENIDO



Prefacio	XI
---------------------------	-----------

Capítulo 1

¿PARA QUÉ SIRVE LA DINÁMICA?	I
---	----------

Objetivos	2
1.1 Algunas definiciones importantes	2
Fuerza	2
Cuerpo rígido.	4
Nodo	4
Esfuerzos	4
1.2 Las consecuencias de los esfuerzos dinámicos	7
Fatiga	7
Resonancia	8
1.3 Máquinas y mecanismos	12
Análisis dinámico de un mecanismo	13
1.4 Otros usos de la dinámica	17
Resumen	19
Problemas	20

Capítulo 2

CINEMÁTICA DE PARTÍCULAS	21
---	-----------

Objetivos	22
2.1 Conceptos básicos de cinemática	22
Marco de referencia inercial	22
Sistema de coordenadas cartesianas	24
Sistema de coordenadas cilíndricas	24
Sistema de coordenadas esféricas	25

Cantidades cinemáticas	26
Posición	26
Desplazamiento	27
Trayectoria	28
Distancia	28
Tiempo	28
2.2 Velocidad y aceleración	30
Velocidad promedio	30
Velocidad instantánea	32
Rapidez	32
Aceleración promedio	32
Aceleración instantánea	32
2.3 Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado	40
Caída libre	44
2.4 Movimiento curvilíneo	51
Tiro parabólico	52
Movimiento circular	56
Movimiento circular uniforme	57
Movimiento circular uniformemente acelerado	57
Movimiento general	58
2.5 Descripción del movimiento mediante coordenadas polares.	70
2.6 Movimiento relativo y de objetos dependientes	73
Movimiento relativo de traslación	73
Aceleración en el movimiento relativo	76
Movimiento relativo de traslación y de rotación	77
Aceleración de Coriolis	81
Efecto Coriolis	83
2.7 Movimiento de objetos conectados	84
Resumen	85
Problemas	88

Capítulo 3

CINÉTICA DE PARTÍCULAS IOI

Objetivos	102
3.1 Las leyes del movimiento	102
3.2 Fuerzas en la naturaleza	104
3.3 Tipos de movimientos	104
Movimiento circular	111
3.4 Movimiento bajo una fuerza central	114
Leyes de Kepler	115

Resumen	120
Problemas	120

Capítulo 4

TRABAJO Y ENERGÍA DE PARTÍCULAS 133

Objetivos	134
4.1 La energía cinética de una partícula	134
4.2 La definición de trabajo	135
El trabajo hecho por la gravedad.	136
El trabajo por un resorte	137
4.3 El teorema del trabajo y la energía cinética	139
4.4 Las fuerzas conservativas	149
Energía potencial.	150
El principio de conservación de la energía	151
4.5 Potencia y eficiencia	154
Resumen	160
Problemas.	162

Capítulo 5

IMPULSO Y MOMENTUM 167

Objetivos	167
5.1 Principio del impulso y del momentum lineal	168
Centro de masa de un sistema de partículas	172
Movimiento del centro de masa	173
Conservación del momentum lineal	175
5.2 Choques entre partículas	177
Impacto central directo	178
Colisiones inelásticas	182
Colisiones perfectamente inelásticas	182
Coeficiente de restitución	183
Colisiones bidimensionales	184
Impacto central oblicuo	184
5.3 Torque y momentum angular	185
5.4 Principio del impulso y del momentum angular	188
Resumen	190
Problemas	191

Capítulo 6**CINEMÁTICA DE UN CUERPO RÍGIDO 197**

Objetivos	199
6.1 Traslación lineal	199
6.2 Traslación curvilínea	203
6.3 Rotación alrededor de un eje fijo	206
Movimiento general	210
6.4 Velocidad relativa en un plano	211
6.5 Centro instantáneo de rotación	214
6.6 Aceleraciones relativas	216
Movimiento relativo (ejes en rotación)	220
Resumen	227
Problemas	227

Capítulo 7**CINÉTICA DE CUERPO RÍGIDO 235**

Objetivos	236
7.1 Ecuaciones de movimiento de traslación	236
7.2 Momento de inercia de masa	239
Radio de giro	243
Cálculo del momento de inercia por integración	243
El teorema de los ejes paralelos	245
7.3 Ecuación del movimiento rotacional	249
7.4 El principio de D'Alembert	255
El rodamiento: un caso especial	265
Resumen	269
Problemas	270

Capítulo 8**TRABAJO Y ENERGÍA DE UN CUERPO RÍGIDO 281**

Objetivos	282
8.1 Energía cinética de un cuerpo rígido	282
Cuerpo rígido	282
El volante de inercia como forma de almacenar energía cinética	284
8.2 El trabajo de una fuerza	287
El trabajo realizado por el peso	287
El trabajo realizado por un resorte	287

Trabajo realizado por la fricción	288
El trabajo realizado por un par torsional	289
8.3 El principio del trabajo y energía cinética	290
8.4 Fuerzas conservativas y energía potencial	291
8.5 La conservación de la energía mecánica	291
Resumen	295
Problemas	296

Capítulo 9

IMPULSO Y MOMENTUM DE UN CUERPO RÍGIDO 307

Objetivos	308
9.1 Momentum lineal e impulso	308
9.2 Principio del impulso y del momentum lineal	309
9.3 Momentum angular	310
9.4 Principio de impulso y momentum angular	312
9.5 Principio de conservación del momentum lineal y del momentum angular	316
9.6 Impacto excéntrico	318
Resumen	322
Problemas	323

Capítulo 10

CINEMÁTICA TRIDIMENSIONAL DE CUERPOS RÍGIDOS . . 331

Objetivos	332
10.1 Rotaciones finitas	332
10.2 La derivada respecto al tiempo de un vector respecto a un sistema giratorio	334
Resumen	338
Problemas	338

Capítulo 11

CINÉTICA EN TRES DIMENSIONES 343

Objetivos	343
11.1 Momentos y productos de inercia	344
Producto de inercia	345
Teoremas de Steiner y de los planos paralelos	345
11.2 Tensor de inercia	346
11.3 Momento de inercia sobre un eje cualquiera.	347
11.4 Momentum angular	348
11.5 Energía cinética	350

11.6 Las ecuaciones de movimiento	351
11.7 El giroscopio	353
Resumen	355
Problemas.	356

Capítulo 12

VIBRACIONES 361

Introducción	361
Objetivos	362
12.1 Vibración libre no amortiguada	362
12.2 Método de energía	366
12.3 Vibración forzada sin amortiguamiento	366
12.4 Vibración forzada con amortiguamiento viscoso	373
Resumen	375
Problemas.	376

Apéndice A

ECUACIONES FUNDAMENTALES DE DINÁMICA 383

Cinemática	383
Cinética	385
Prefijos del SI	387
Factores de conversión (FPS) a (SI)	387
Factores de conversión (FPS)	387

Apéndice B

PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DE LÍNEAS Y ELEMENTOS DE ÁREA. 389

Apéndice C

CENTRO DE GRAVEDAD Y MOMENTO DE INERCIA DE MASA DE SÓLIDOS HOMOGÉNEOS 395

Índice analítico 399



PREFACIO

El presente libro está dirigido a estudiantes de los primeros semestres de las diferentes carreras de ingeniería. Su objetivo es lograr en el alumno un conocimiento sólido de la materia y despertar su sensibilidad en cuanto a la utilidad de la misma. Esto se logra cuidando, básicamente, dos aspectos:

1. Que el alumno comprenda de manera correcta los conceptos utilizados.
2. Que el alumno adquiriera la capacidad para resolver problemas complejos.

Aunque los puntos anteriores están relacionados, no significan lo mismo; es decir, un alumno puede ser capaz de resolver bien determinados problemas pero quizá no entienda los conceptos que está usando; y puede ocurrir también a la inversa, aunque esto es más difícil. De cualquier manera, los autores cuidaron ambos aspectos dando énfasis, en ocasiones, al primero y a veces al segundo, según consideraron necesario. Por otro lado, al igual que en el libro *Estática*, en esta obra los autores dedicaron todo un capítulo a indagar la manera como la dinámica se usa en la ingeniería.

A continuación se describen las principales características de este texto.

Contenido. La obra consta de 12 capítulos. En el primero se explica qué es y por qué es importante la dinámica. Al estudiar estática, los autores se percataron de la importancia fundamental de calcular las fuerzas en los diferentes miembros de una estructura en equilibrio para asegurar que ésta no fallara. El objetivo de este curso es el mismo: calcular las fuerzas existentes en los diferentes miembros de una estructura; sólo que la mayoría de las estructuras no están en equilibrio, los carros y aviones aceleran continuamente e, incluso, los edificios y puentes están sujetos a las cambiantes fuerzas del viento o de los terremotos. Este curso, como sucede con la mayoría de los textos de dinámica, está dividido en dos partes; en la primera se habla de partículas. Una partícula es un objeto tan pequeño que es posible considerarla carente de volumen. En la segunda parte se estudian los cuerpos rígidos, objetos que poseen una forma definida y que están integrados por partículas, de modo que si sabemos cómo y por qué se mueven las partículas, podremos conocer también la naturaleza del movimiento de los cuerpos rígidos. El segundo capítulo trata la cinemática de partículas, pretendiendo sólo describir el movimiento de una partícula sin cuestionar las razones por las que se mueve de determinada manera. El

capítulo tres abarca las leyes del movimiento de Newton aplicadas a partículas. Estas leyes explican el movimiento de las partículas; desde luego, siempre debe haber un punto de partida y, en este caso, dicho punto de partida consiste en aceptar las leyes antes mencionadas. El siguiente capítulo introduce los conceptos de trabajo y energía mecánica, así como dos importantes principios: el teorema del trabajo y la energía cinética, y la ley de la conservación de la energía mecánica (que, por cierto, no es tan general como el teorema mencionado). Estas leyes pueden inferirse de las leyes de Newton, pero son instantáneas mientras que el trabajo y la energía explican cómo se comporta una partícula cuando una fuerza actúa a través de un desplazamiento determinado. El quinto capítulo presenta otros conceptos de gran importancia: el *momentum lineal*, el *momentum angular* y los impulsos correspondientes. Aquí se analiza qué sucede cuando una fuerza actúa sobre una partícula durante un tiempo finito. En realidad se trata de un capítulo muy similar al anterior sólo que en el cuarto se da más atención al desplazamiento y en el quinto el énfasis está en el tiempo. Los siguientes cuatro capítulos son una repetición de los anteriores pero ahora se sustituyen las partículas por cuerpos rígidos. Hasta entonces (capítulo nueve) se había estado trabajando en dos dimensiones. En el capítulo 10 y en el 11 se generalizan los conceptos estudiados en los capítulos anteriores a tres dimensiones. En el capítulo 10 se busca describir el movimiento de un cuerpo rígido en tres dimensiones (cinemática tridimensional) y en el 11 se aplican de nuevo las leyes de Newton a esta situación. Por último, el capítulo 12 abarca un tema de gran importancia práctica: las vibraciones. Éstas causan una enorme cantidad de problemas en las máquinas, problemas que van desde la fatiga hasta la resonancia.

Curso rápido. Si se cuenta con poco tiempo y el estudiante ha tenido ya contacto con la mecánica, se sugiere omitir los capítulos referentes al movimiento tridimensional (capítulos 10 y 11).

Organización del texto. Cada capítulo comienza con una breve introducción en donde se explica la importancia del tema que se va a tratar. Después se plantean los objetivos, la teoría básica y una serie de ejemplos. Acorde con la filosofía básica de este texto, se muestran, en varios capítulos, dos secciones: “La dinámica y el mundo” y “Para el laboratorio”. Al final del capítulo se encuentra un resumen.

La dinámica y el mundo. Se busca relacionar los conocimientos proporcionados por el texto con situaciones de la vida real, intentando, de esta forma, dotar de mayor significado al conocimiento que se está adquiriendo. Su lectura, desde luego, no es obligatoria para comprender los fundamentos de la materia o para resolver problemas. Sin embargo se considera que enriquece considerablemente el conocimiento de la materia y ayuda a apreciarla más.

Para el laboratorio. Como ya se mencionó, la mecánica es una ciencia experimental y, sin embargo, muchas veces se enseña como si fuera una rama de las matemáticas. En esta sección se pretende mostrar la base experimental de esta ciencia. Se sugieren experimentos relativamente sencillos de realizar mediante los cuales es posible comprobar los principios básicos de la estática. Al igual que en la sección anterior, su lectura no es obligatoria.

Resumen. Al final de cada capítulo se presenta un resumen en el que se pretende repasar, de manera muy breve, el material estudiado durante el capítulo. Este resumen es útil para dar un repaso a la unidad y también como formulario.

Agradecimientos

Aprovechamos esta oportunidad para agradecer a las siguientes personas su valiosa colaboración, gracias a ellos este libro es mejor de lo que hubiera sido de otra manera:

M. en C. Víctor Robledo Rella, ITESM- Ciudad de México.

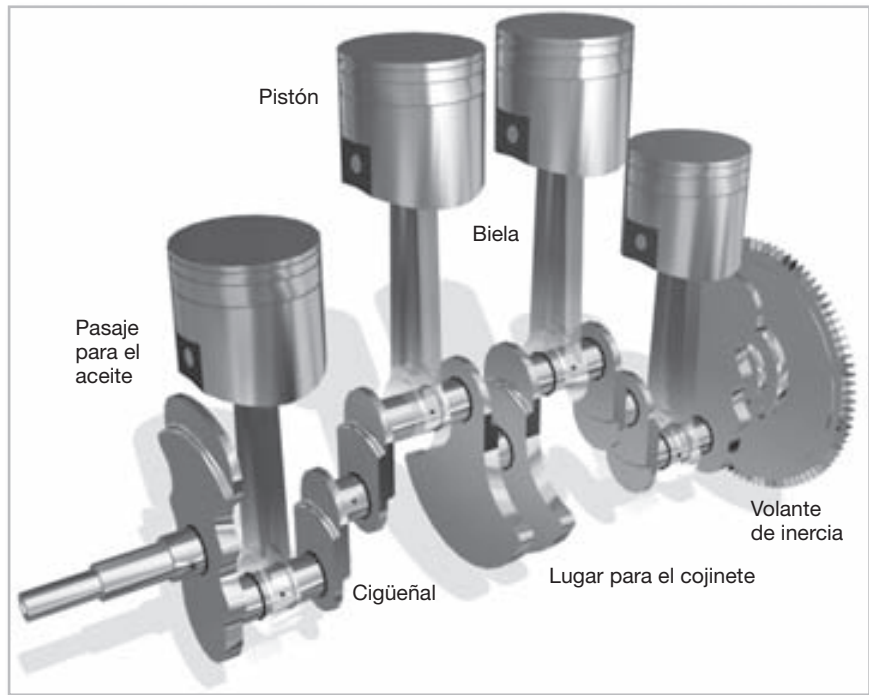
Ing. Javier León Cárdenas, ESIQIE-Zacatenco.

Ing. Miguel Ángel Herrera, La Salle.

Todos ellos contribuyeron, a través de sus sugerencias, a mejorar la calidad de este texto. Los consejos que me dieron fueron enormemente valiosos. Quisiera mencionar, de manera especial, al ingeniero Sergio Saldaña Sánchez. Sus comentarios fueron para mí de una utilidad incalculable. A la ingeniera. Estela Delfín le agradecemos su enorme paciencia y disponibilidad. Ricardo Gánem agradece también a su esposa, María Esther y a sus hijos Ana Paula y Andrés por su comprensión. García-Castelán agradece a su esposo Alejandro Crespo Sosa y a su hija Alejandra Crespo García los muchos momentos de alegría que ayudaron a aminorar el estrés. Elizabeth García agradece a su esposo y su hija Rocío por su paciencia, cariño y comprensión durante todo este proceso de elaboración del texto.

A pesar de toda la ayuda recibida debemos decir que el contenido de este texto es, en su totalidad, responsabilidad de los autores.

¿PARA QUÉ SIRVE LA DINÁMICA?



La palabra mecánica viene del griego *mekanos* que significa “movimiento”. La **mecánica** es la rama de la física que estudia el movimiento. ¿Cómo se mueven los objetos?, ¿por qué lo hacen?, ¿qué fuerzas actúan sobre ellos? Éstas son algunas de las preguntas que la mecánica intenta contestar. Básicamente, la mecánica se divide en dos: estática y dinámica. La estática estudia las fuerzas necesarias para mantener a un objeto sin acelerarse (es decir, en equilibrio). La dinámica se encarga de los objetos que no se mueven a una velocidad constante.

¿Para qué sirve la mecánica? Piense, por ejemplo, en el motor de combustión interna. El objetivo de dicho motor consiste en mover un eje en forma de zig-zag, como se muestra en la figura de inicio de capítulo y que se conoce como cigüeñal. Para lograrlo, se conecta una parte de este cigüeñal mediante una pieza, llamada biela, a un pistón, el cual se moverá en el interior de un cilindro gracias a las explosiones existentes en su interior. ¿Qué grueso debe tener la biela?, ¿de qué material debe construirse?, ¿qué forma deberá tener? Para contestar estas preguntas, primero se deberán conocer las fuerzas a las que está sujeta esta pieza. ¿Se puede hacer esto mediante los métodos de la estática? ¡No! Porque, en general, esta pieza se

está acelerando, no se encuentra en equilibrio. Si se supiera esto último, se subestimarían los esfuerzos que se producirían sobre la biela y ésta, seguramente, fallaría con facilidad. ¿Y si se ignoran los cálculos y simplemente se fabrica una biela demasiado gruesa para asegurar que no falle? Entonces se tendrá un motor demasiado pesado, muy lento, ineficiente, caro y que provocaría desperdicio de material.

El motor de combustión interna al que recientemente se hizo referencia no es sino un ejemplo de lo que es un mecanismo. Como se verá formalmente en este capítulo, los mecanismos son una parte fundamental de cualquier máquina. Se encargan de convertir un tipo de movimiento en otro tipo de movimiento. Por ejemplo, en el caso del motor de combustión interna, el movimiento alternativo del pistón se convierte en el movimiento rotacional del cigüeñal.

Objetivos

- Entender qué es un mecanismo.
- Comprender que los mecanismos forman una parte importante de la vida diaria.
- Entender por qué es necesario calcular las fuerzas que actúan sobre los diferentes puntos de un mecanismo.
- Comprender los conceptos de fatiga y resonancia.

I.I

Algunas definiciones importantes

Aunque algunos de los siguientes conceptos ya se revisaron en el libro de *Estática. Las leyes del equilibrio*, del mismo autor y de la misma editorial, 2007, se ha creído conveniente recordarlos de manera somera, debido a la frecuencia con la que se usarán posteriormente.

FUERZA

Se cuenta con una idea intuitiva de lo que es una fuerza. Continuamente los músculos del cuerpo están jalando o empujando algún objeto. ¿Cómo se podría definir formalmente lo que es? Se podría definir a partir de los efectos que produce. Esto lleva a dos posibilidades:

- Como lo demostró Galileo, si un objeto en el espacio se moviera en línea recta a velocidad constante y no hubiera nada cerca de él, este objeto se seguiría moviendo de la misma manera (primera ley de Newton). Se puede decir que una fuerza es aquello que haría cambiar, o bien la velocidad de este objeto, o bien su dirección. Para ser más precisos, se puede decir (segunda ley de Newton) que **una fuerza es “aquello” que haría que un objeto, que estuviera en el espacio, se acelerara**. Algebraicamente:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Lo que implica que los newtons, las unidades de la fuerza en el Sistema Internacional (SI), son iguales a:

$$[\vec{F}] = [m\vec{a}] = \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = [\mathcal{N}]$$

Por otra parte, como la mayoría de los objetos no están en el espacio, no necesariamente se aceleran cuando se les aplica una fuerza puesto que, por lo general, el objeto en cuestión está sujeto a varias influencias.

- b) Por otro lado, una fuerza podría también definirse a partir de la deformación que produce (ley de Hooke) y, de hecho, en este principio se basan los instrumentos que miden esta cantidad. Para ser más precisos: si a un objeto se le impide moverse y éste se deforma, entonces **“fuerza” es aquello que hace que el objeto se deforme**. Es decir:

$$|\vec{F}| \propto \text{deformación}$$

Es muy importante hacer notar que la fuerza se da siempre entre dos objetos aunque éstos no necesariamente se estén tocando. Por eso se dice que una fuerza es una interacción (palabra que significa “acción entre”) dos objetos. Además, como dice la tercera ley, un objeto no puede ejercer fuerza sobre otro sin recibir, a su vez, una fuerza a cambio. Es decir, las fuerzas siempre se dan en pares.

En realidad, solamente existen cuatro fuerzas fundamentales:

- a) La fuerza de gravedad.
- b) La fuerza electromagnética.
- c) La fuerza nuclear débil.
- d) La fuerza nuclear fuerte.

La primera es la responsable de los movimientos de los cuerpos celestes y de la caída libre de los cuerpos en la Tierra. La segunda es la más familiar para nosotros; siempre que se toca un objeto, lo que se siente es la fuerza de repulsión entre los electrones propios y los electrones del objeto en cuestión. Todo lo que se percibe como jalones y empujones (fuerzas musculares) es, en el fondo, la manifestación de la fuerza electromagnética. Esta fuerza es la responsable de mantener unidas a las moléculas en los compuestos y a los electrones en su lugar adentro de los átomos. La fricción, la tensión y la normal son, también, manifestaciones de la fuerza electromagnética.

La fuerza nuclear débil es la responsable del fenómeno de la radiactividad; hace que algunos átomos se desintegren lentamente. Por último, la fuerza nuclear fuerte es la que mantiene unidos a los núcleos atómicos. Quizá el lector recuerde que éstos se forman por dos tipos de partículas: los llamados “protones” de carga positiva y los “neutrones” sin carga. Si no fuera por esta fuerza, los protones, que tienden a repelerse entre sí, destruirían al núcleo. Tal vez al lector le sorprenda pensar que todas las fuerzas de la naturaleza son, en el fondo, de alguno de estos cuatro tipos. Los físicos piensan que, en realidad, estas cuatro fuerzas son sólo diferentes aspectos de una sola “superfuerza” y, de hecho, han logrado ya unir la segunda y la tercera en lo que se llama la fuerza “electrodébil”.

Sin embargo, probablemente el lector pensará que la lista de fuerzas no está completa: ¿qué se puede decir acerca de la fuerza centrífuga? ¿En cuál de las cuatro categorías cae? A esta fuerza, así como entre otras (la de Coriolis, por ejemplo) se les llama “fuerzas inerciales” o “pseudofuerzas”. No caben en ninguna de las cuatro categorías vistas anteriormente. Ni siquiera se trata de una interacción. Es decir, la “fuerza centrífuga” no es el producto de la acción entre dos objetos ni aparece en pares. Como se explicó ampliamente en el libro de estática, estas “fuerzas” sólo aparecen para determinados observadores, aquellos que se encuentran en un marco de referencia acelerado (llamado también **marco de referencia no inercial**, como se verá con más detalle en el capítulo 2).

CUERPO RÍGIDO

Objeto sólido que no cambia de forma al ser sometido a una fuerza. En la realidad, no existe ningún objeto al cual se pueda considerar completamente rígido, pero se trata de una buena aproximación cuando se quiere analizar el movimiento de los diferentes miembros de un mecanismo.

Nodo

Punto de unión de dos o más cuerpos rígidos.

ESFUERZOS

En su libro sobre las *Dos nuevas ciencias*, Galileo se dio cuenta que la resistencia de una cuerda o de una varilla era directamente proporcional a su área, siempre y cuando los demás elementos permanecieran constantes. Así, por ejemplo, si una barra tiene un área transversal de 1 cm^2 y falla al aplicar una fuerza de tensión de 10 kN , otra barra del mismo material pero de 4 cm^2 de área transversal fallará cuando la fuerza que actúa sobre ella sea de 40 kN , tal y como se muestra en la figura 1.1.

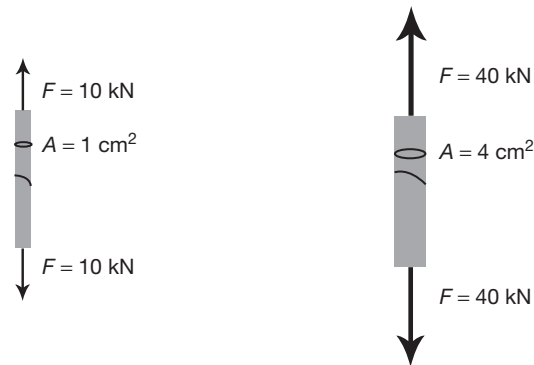


Figura 1.1

Extrañamente tuvieron que pasar más de 200 años para que a alguien se le ocurriera dividir la fuerza entre el área transversal y observara que, para un material determinado, éste siempre es constante; de esta manera se inventó el concepto de **esfuerzo de ruptura** (tabla 1.1).

Tabla 1.1 Esfuerzos de ruptura de tensión de algunos materiales.

Material	σ de ruptura en MPa/m ²
Músculo humano	0.1
Hueso humano	110
Cartílago humano	3
Tendón humano	82
Cemento y concreto	4.1
Madera en dirección al grano	103
Madera perpendicular al grano	3.5
Vidrio ordinario	35-175
Fibra de algodón	350
Acero de alta tensión	1550
Aluminio	70

Fue Cauchy quien observó que el concepto de esfuerzo (fuerza entre área) se podía utilizar no tan sólo para saber cuándo va a fallar un objeto, sino también para conocer su estado general; es decir, el esfuerzo en los sólidos es algo así como la presión en los gases con la diferencia de que los gases empujan en todas direcciones. Para ser específicos hay dos tipos de esfuerzos: de tensión y de compresión, los cuales se definen como se muestra en la figura 1.2.

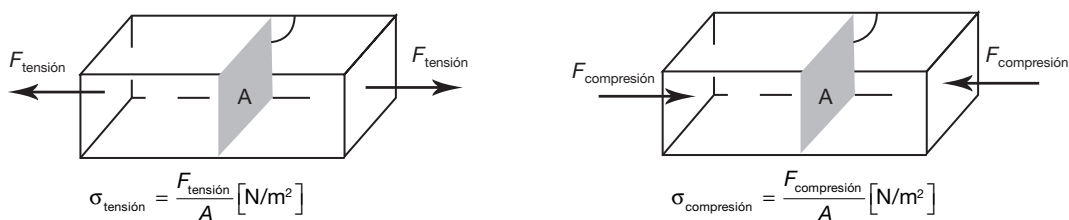


Figura 1.2 Definición de esfuerzo de tensión y esfuerzo de compresión.

Las unidades del esfuerzo en el Sistema Internacional son $[N/m^2]$, también llamados pascals (Pa), aunque casi siempre se usan múltiplos de esta unidad. Si se considera que internamente los objetos sólidos están formados de átomos o moléculas unidas por fuerzas y se representan a estas fuerzas internas como en el caso de los resortes, el esfuerzo indicaría el estado de tensión o compresión de los mismos. Cabe destacar que el esfuerzo es una variable local, la cual puede variar dentro de un mismo objeto (figura 1.3).

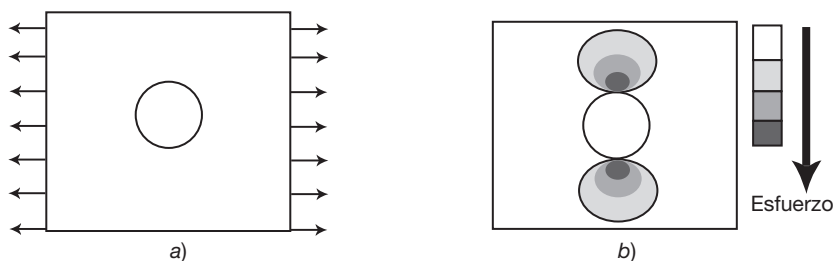


Figura 1.3 Concentración de esfuerzos. a) Si se aplica uniformemente una fuerza sobre una placa con un orificio, los esfuerzos no serán constantes sobre toda la placa; aumentarán considerablemente cerca del agujero. En la figura b) los diferentes grados de gris representan diferentes magnitudes del esfuerzo.

De hecho, cerca de los agujeros, los esfuerzos de tensión aumentan aunque, por otro lado, también pueden servir para controlar el crecimiento de una grieta, tal como se verá en la siguiente sección.

Otro tipo de esfuerzo es el llamado esfuerzo cortante. Suponga que dos pedazos de madera están unidos con pegamento y que a uno de estos pedazos se le aplica una fuerza como se muestra en la figura 1.4:

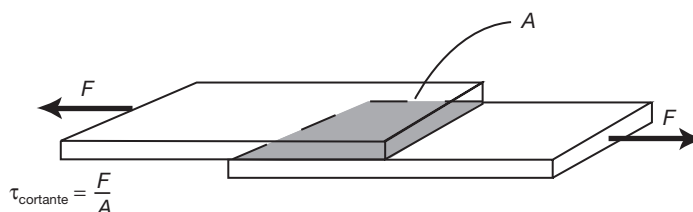


Figura 1.4

El esfuerzo cortante se define también como fuerza entre área, sólo que ahora la fuerza es tangente a la superficie y no perpendicular a la misma. Sus unidades son, desde luego, las mismas que en el caso de los otros tipos de esfuerzo. Si este esfuerzo llega a ser demasiado grande, los dos pedazos de madera en cuestión se separarán. Las zonas más frágiles en estructuras o mecanismos son, con frecuencia, las uniones entre dos miembros de la misma.

EJEMPLO EL ELEVADOR ACELERADO

Un elevador es un ejemplo muy sencillo, el cual revela la importancia del concepto de esfuerzo, así como la insuficiencia de la estática, en algunos casos, para calcular estos esfuerzos (figura 1.5). Suponga que se cuenta con un elevador que, con todo y personas, pesa $W = 12 \text{ kN}$. Este elevador se sube mediante una cuerda de acero de $D = 2 \text{ cm}$ de diámetro. Si el elevador subiera con una velocidad constante de $V = 1 \text{ m/s}$, ¿cuánto valdría el esfuerzo que tiene que soportar esta cuerda? Es evidente, sin embargo, que en algún momento el elevador debe acelerarse. Si éste comienza del reposo y llega a la velocidad antes mencionada en 0.5 s , ¿cuánto valdría ahora el esfuerzo que debe soportar esta cuerda? Si el lector estuviera a cargo de la selección de la cuerda, ¿cuál de los dos cálculos consideraría?

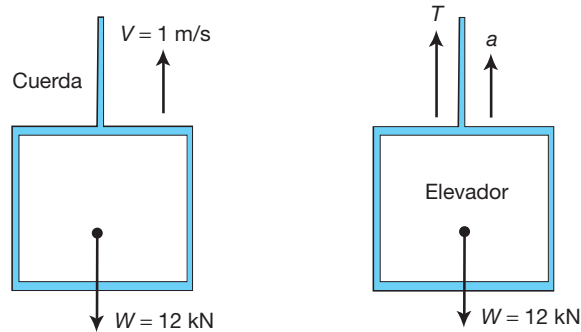


Figura 1.5

SOLUCIÓN:

Cuando la velocidad es constante, se pueden usar los métodos de la estática. En este caso, la tensión en la cuerda, T , debe ser igual al peso del elevador. Por tanto:

$$\sigma_{\text{sin aceleración}} = \frac{W}{A} = \frac{12 \text{ kN}}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} = 38.197 \text{ MPa}$$

Por otro lado, si el elevador se acelera, la segunda ley de Newton nos dice que:

$$F_{\text{net}} = ma; \quad T - W = ma; \quad T = ma + W$$

Como se verá en el próximo capítulo, si se supone a la aceleración constante, ésta será igual a:

$$a = \frac{\Delta V}{t} = \frac{1 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.5 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Por tanto, la tensión es igual a:

$$T = ma + W = \left(\frac{12 \text{ kN}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\right)\left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) + 12 \text{ kN} = 14.45 \text{ kN}$$

Esto implica que el esfuerzo sentido por la cuerda, cuando el elevador se acelera, es de:

$$\sigma_{\text{con aceleración}} = \frac{T}{A} = \frac{14.45 \text{ kN}}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)} = 46 \text{ MPa}$$

Como puede verse, el esfuerzo que debería soportar la cuerda es mayor en este caso. Es evidente que se debe considerar la aceleración del elevador, de otra forma la cuerda se podría romper.

1.2

Las consecuencias de los esfuerzos dinámicos

En el libro de *Estática. Las leyes del equilibrio*, 2007, se analizaron las diferentes razones por las que puede fallar una estructura, si se supone que ésta se encuentra en equilibrio: se habla de fallas por tensión, compresión, pandeo, flexión y torsión. Cuando un objeto no está en equilibrio, además de las fallas ya mencionadas, pueden existir otras a las que se podrían llamar **fallas dinámicas**, las cuales se mencionan a continuación:

FATIGA

Cuando un material se somete a esfuerzos periódicos, falla después de un determinado número de ciclos, N , aunque la amplitud de estos esfuerzos sea menor que el esfuerzo de ruptura. Un ejemplo sencillo lo constituye un “clip”. Si se dobla una sola vez resiste, pero si se dobla y desdobla varias veces, llegará el momento en el que el “clip” falle. El diagrama S-N muestra, de hecho, cuántos ciclos se requieren para que un esfuerzo periódico de amplitud S produzca una falla. En este diagrama se puede observar que, entre mayor sea el esfuerzo máximo aplicado a una pieza, menor es el número de ciclos que resistirá la misma antes de fallar. Si la pieza es de acero y el esfuerzo máximo está por debajo del llamado **límite de fatiga**, la pieza puede, en teoría, durar indefinidamente (figura 1.6).

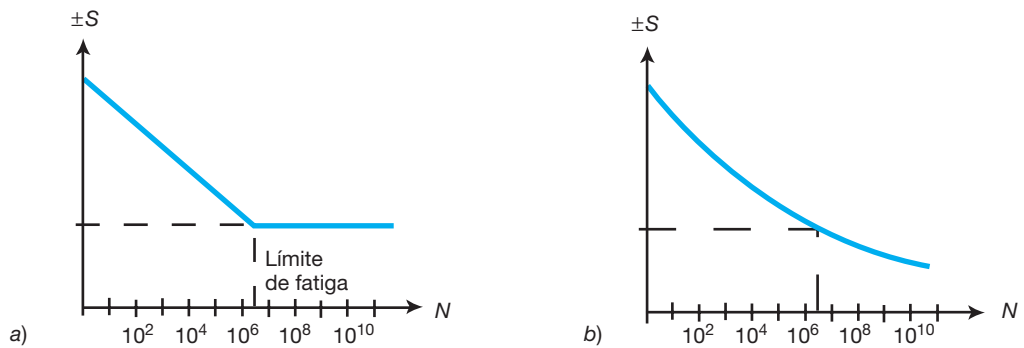


Figura 1.6 a) Curva de fatiga del hierro y el acero. b) Curva de fatiga de metales no ferrosos.

Un ejemplo famoso de falla por fatiga es el del Comet, uno de los primeros aviones comerciales que usaron turbinas. Solamente se habían construido 21 de ellos en 1954, y ya habían fallado siete, con la consecuente pérdida de vidas humanas. Gracias a que pudieron encontrar los restos de uno de los vuelos se pudo constatar que el fuselaje (la “piel” del avión) se había desprendido a partir de la esquina de una de las ventanas (figura 1.7). En las cercanías de las esquinas, como en el caso de los orificios, el esfuerzo aumenta en gran medida (fenómeno conocido como **concentración de esfuerzos**); además, al fuselaje se le hacía un orificio para

poder colocar un remache que uniera una placa reforzadora en donde se colocaba la ventana, con el fuselaje mismo.

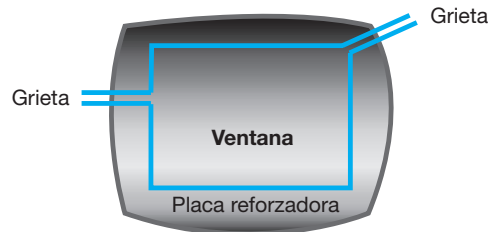


Figura 1.7

Aunque los esfuerzos en la esquina de la ventana y alrededor del orificio en el fuselaje eran grandes, hubieran sido insuficientes para hacer que el avión fallara; sin embargo, debido a que el interior de los aviones se presuriza cuando éstos están en servicio y se despresuriza cuando llegan a tierra, hace que los esfuerzos antes mencionados sean cíclicos. Por consiguiente, la fatiga más la concentración de esfuerzos provocaron el problema.

Otro ejemplo clásico de fatiga más concentración de esfuerzos se dio en la década de 1940. Varios barcos Liberty construidos para pelear en la Segunda Guerra Mundial, se partieron en dos aun cuando el esfuerzo promedio al que estaba sujeto el casco de los barcos (su “piel” por así decirlo) estaba muy por debajo del esfuerzo de ruptura (figura 1.8). Antes de que se presentaran las fallas, el casco de los barcos estaba formado por placas metálicas unidas por medio de remaches. Después, se decidió soldar las placas en lugar de usar remaches y entonces empezaron los accidentes. Para entender lo que pasó, primero se debe considerar que el casco de los barcos está sujeto a esfuerzos periódicos debido a las olas, como se muestra en la figura 1.9. Además, debido a que estos barcos navegaban por aguas muy frías, la soldadura contribuyó a hacer más frágiles las naves y las grietas por fatiga aparecían rápidamente. Cuando se usaban remaches, los orificios que necesitaban realizarse en las placas de los barcos detenían el crecimiento de las grietas.

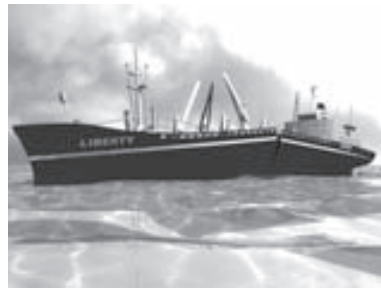


Figura 1.8 Fractura de un barco Liberty.

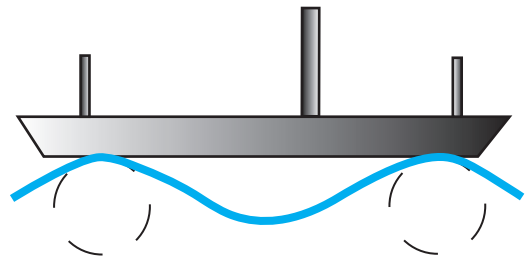


Figura 1.9 El casco de un barco puede verse como una viga suspendida en olas.

RESONANCIA

Cualquier objeto, cuando no se mantiene en su estado de equilibrio tiende a oscilar. Si no se le perturba a este objeto, la frecuencia con la que vibra se conoce como **frecuencia natural de vibración**. Un péndulo, por ejemplo, que se mueva desde la vertical, comenzará a oscilar con una frecuencia f dada por:

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{g}{L} \right)^{0.5}$$

Donde:

g : gravedad.

L : longitud del péndulo.

Si se le aplica una fuerza externa periódica al péndulo, ¿cómo se va a mover éste? El resultado no sólo depende de la magnitud de la fuerza F , sino también de la frecuencia a la que se aplica. Para comprender más este fenómeno, suponga que el péndulo es un columpio con un niño sentado en él. Para hacer el ejemplo más concreto, considere que la longitud del columpio es de $L = 1.5$ m, de forma que su frecuencia natural de vibración es igual a 0.41 ciclos/s (otra forma de decir lo mismo es que el péndulo realiza una oscilación completa en un periodo de $T = 1/f = 2.46$ s). Si un adulto cierra los ojos y empieza a empujar al niño con una frecuencia arbitraria, por decir una vez por segundo, lo más probable es que las oscilaciones del columpio no crezcan mucho, pues a veces el adulto empujará cuando el columpio vaya hacia él y, a veces lo hará en el momento correcto. El adulto estaría acelerando, a veces, y desacelerando en otras ocasiones al niño en el columpio. Ahora, suponga que el adulto abre los ojos y empieza a empujar al columpio con la frecuencia natural de vibración de éste, es decir, empieza a empujar al columpio cada 2.46 s. Aunque no empuje con mucha fuerza, siempre estará acelerando al columpio. En este caso, las oscilaciones del mismo crecerán cada vez más (si la fricción no es muy grande) de una forma descontrolada, hasta que el columpio se rompa. A este fenómeno se le conoce como **resonancia** (figura 1.10).

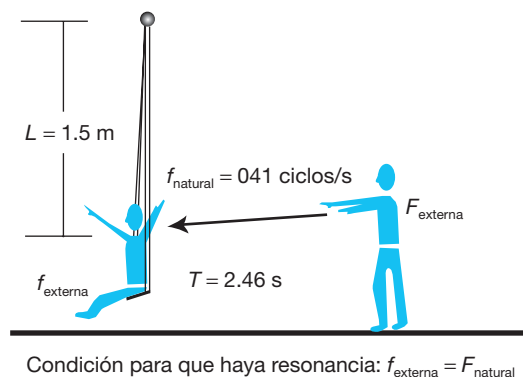


Figura 1.10

En resumen, la resonancia es un fenómeno en el cual un sistema (cualquiera), bajo la acción de una fuerza externa periódica, empieza a oscilar con una amplitud cada vez mayor hasta lograr que el sistema se vuelva inestable o se destruya. Para que haya resonancia:

- La frecuencia de la fuerza externa debe coincidir con la frecuencia natural de vibración del sistema. En este punto, es importante referir que un sistema puede tener más de una frecuencia natural de vibración.
- Casi no debe haber pérdidas de energía por fricción (o por alguna otra razón).

Un ejemplo típico de mecanismo, en donde hay que cuidar que no ocurra la resonancia, es aquel que se encarga de abrir y cerrar las válvulas en un motor de combustión interna (figura 1.11). La leva, al girar sobre su eje (árbol de levas), levanta la varilla que a su vez moverá un balancín y que abrirá, finalmente, la válvula de admisión. Como se puede suponer, la varilla, que tendrá

un movimiento oscilatorio, deberá ser diseñada de tal forma que su frecuencia natural de vibración sea mucho mayor que la frecuencia con la que podría vibrar en el peor de los casos. Si esto no se hace así, el sistema podría fallar por resonancia.

Otro ejemplo, en donde la resonancia es importante, se muestra en los edificios. Éstos se encuentran vibrando continuamente gracias a la acción del viento y lo hacen, desde luego, a su frecuencia natural de vibración. De hecho, los edificios vibran como si fueran péndulos invertidos de forma que la frecuencia natural de vibración es igual a:

$$f = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{M} \right)^{0.5}$$

Donde:

K : La rigidez del edificio depende de la altura, de los materiales y de la estructura del edificio.

M : La masa total del edificio.

En general, la frecuencia natural de un edificio disminuye (es decir, su periodo aumenta) conforme se incrementa su altura. Como ocurre con los péndulos, esta frecuencia de vibración no depende de la amplitud de las oscilaciones.

Usando como ejemplo los edificios mostrados en la figura 1.12, si hay un temblor y el piso vibra con una frecuencia de 5.5 Hz, el edificio menos alto empezará a vibrar fuertemente mientras que el otro edificio casi no registrará el temblor. Idealmente, habría que realizar estas construcciones de forma que la frecuencia natural de vibración del piso fuera muy diferente a la del edificio. Esto se puede hacer en la práctica, al aislar parcialmente al edificio del suelo mediante el uso de soportes especiales entre las columnas del edificio y su base. Estas piezas permiten que el piso se pueda mover en forma horizontal sin casi transmitir este movimiento al edificio y disminuyendo, en la práctica, la frecuencia natural de vibración de la construcción. En la figura 1.13 puede verse uno de estos soportes especiales.

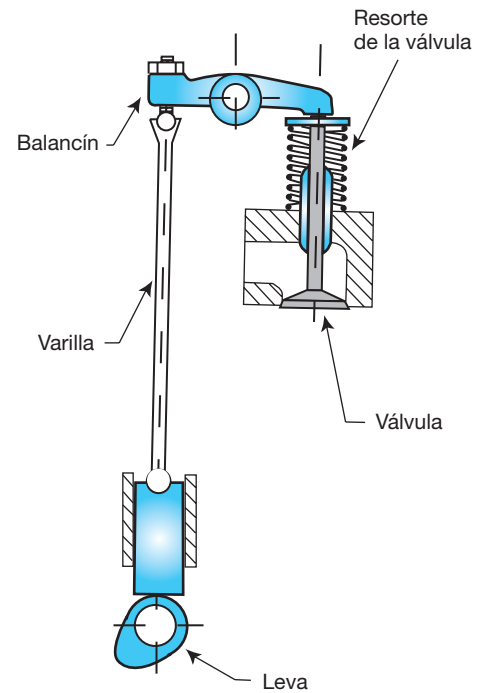


Figura 1.11 Mecanismo usado para mover válvulas en un motor de combustión interna.

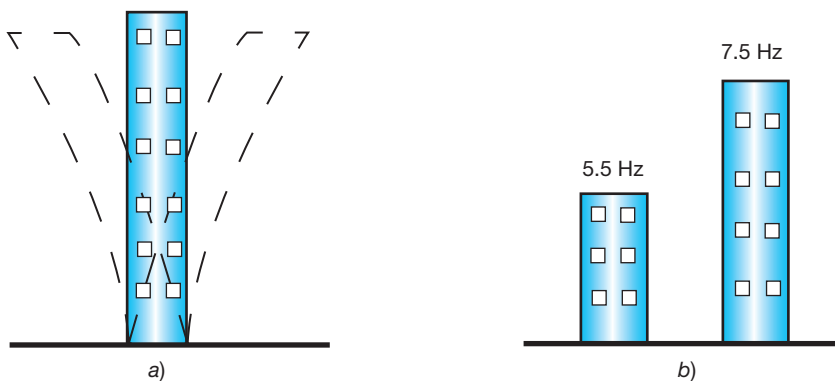


Figura 1.12 a) Los edificios vibran gracias a la acción del viento. b) La frecuencia natural de vibración de un edificio depende de su altura.

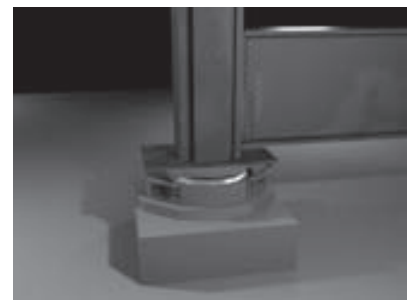


Figura 1.13

Otro ejemplo, donde la resonancia es importante, lo constituye el diseño de esquís (figura 1.14). Un esquí tiene muchas frecuencias naturales de vibración. Algunas de ellas en flexión y, las más altas, en torsión. Los esquís están sujetos a grandes fuerzas de escasa duración (llamadas **fuerzas impulsivas**) que pueden excitar alguna de sus frecuencias naturales de vibración. Por esta razón, los fabricantes de esquís les han incorporado materiales que amortigüen internamente las oscilaciones de estos objetos, lo cual disminuye, de esta forma, su frecuencia natural de vibración. Sin embargo, esta tendencia no debe exagerarse, pues las vibraciones del esquí se transmiten al esquiador, permitiendo que éste reaccione a los accidentes del terreno. Un esquí que no vibrara, un esquí “inútil”, no le permitiría a la persona que los usa reaccionar en forma adecuada. ¿Qué tanto debe ser amortiguado el esquí? Hasta cierto punto, esto es cuestión de gustos. Los esquiadores expertos preferirán esquís que respondan “rápidamente”, es decir, poco amortiguados mientras que los principiantes preferirán esquís que vibren poco.

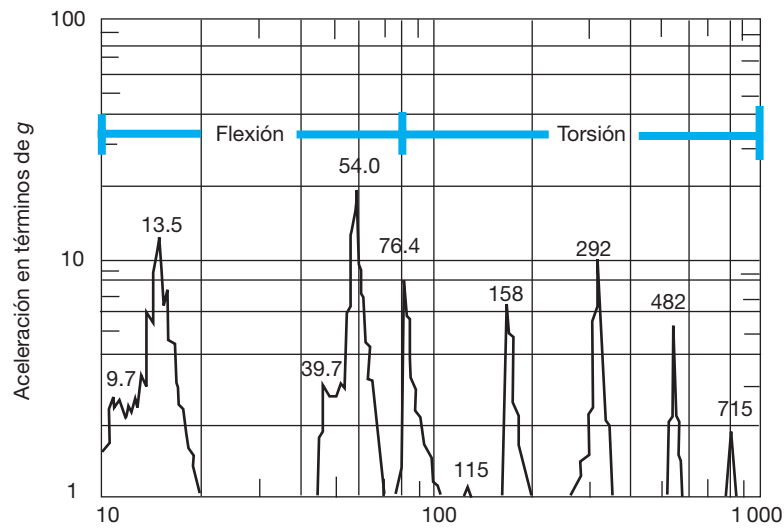


Figura 1.14 Frecuencias naturales de vibración de un esquí.

Por último, un ejemplo famoso de falla por resonancia fue el caso del puente de Tacoma Narrows (figura 1.15). Este puente empezó a oscilar con una amplitud cada vez mayor, gracias a una fuerza periódica provocada por el viento.

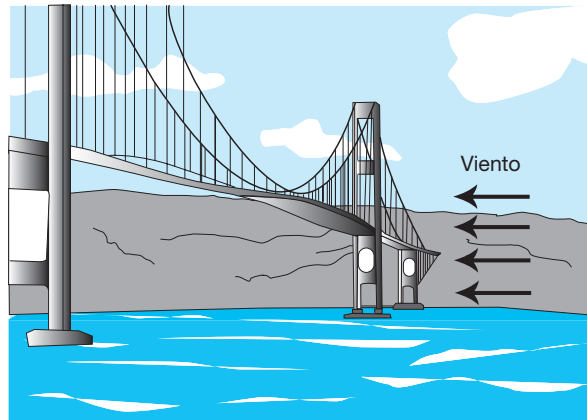


Figura 1.15 Puente de Tacoma Narrows y el viento que lo hizo entrar en resonancia.

La estructura falló, incluso cuando el viento que soplabla en forma perpendicular a la longitud del puente no era especialmente intenso. El puente se torcía, lo cual aumentaba el ángulo entre éste y el viento (**ángulo de ataque, α** , véase la figura 1.16). Al cambiar este ángulo, cambiaba también la fuerza ejercida por el viento. Por tanto, aunque la velocidad de éste fuera constante, sobre el puente ejercía una fuerza periódica. Finalmente, el puente empezó a oscilar con una de sus frecuencias naturales en torsión.

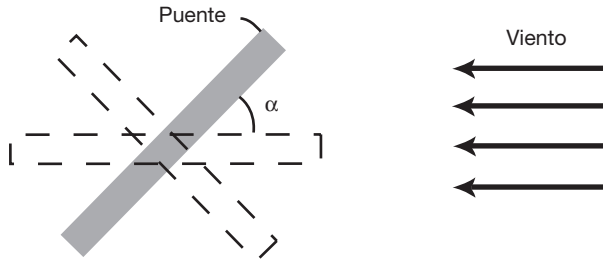


Figura 1.16

I.3

Máquinas y mecanismos

Una máquina es un dispositivo hecho por el hombre que produce trabajo. Consta de tres partes: 1) una fuente de energía; 2) algún dispositivo que convierta la energía de la fuente en energía mecánica y, 3) un mecanismo. La fuente de energía, junto con el dispositivo para convertirla en energía mecánica, impulsan a la máquina. El mecanismo es la parte de la máquina que convierte un tipo de movimiento en otro tipo de movimiento. Considere como ejemplo la máquina usada para empujar cajas a una banda transportadora en una empresa. La fuente de energía es la corriente eléctrica, el dispositivo en cuestión es un motor eléctrico y el mecanismo consiste en tres cuerpos rígidos (AB , BC y el cilindro hueco) unidos por medio de articulaciones. Este mecanismo convierte el movimiento rotacional del eje que pasa por el punto A y que forma parte del motor, en el movimiento oscilatorio del cilindro (figura 1.17).

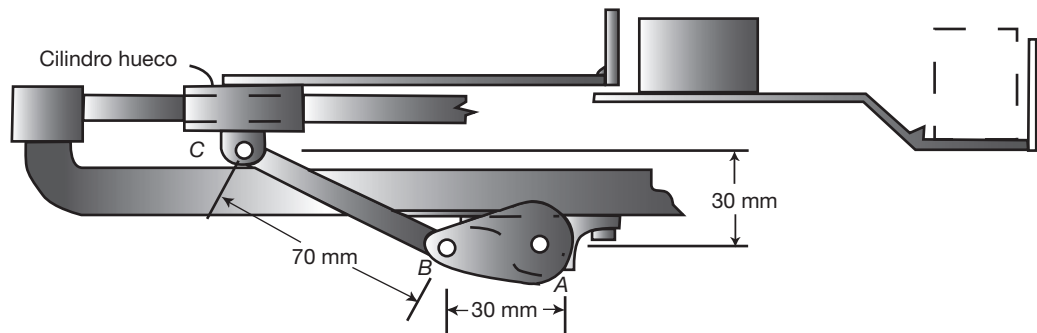


Figura 1.17

Si se requiere que las oscilaciones se realicen con determinada frecuencia: ¿Qué potencia debe producir el motor?, ¿qué torque debe proporcionar? Suponga que se cuenta con el motor adecuado, ¿qué esfuerzos van a presentarse en cada uno de los miembros del mecanismo? Para ello, se necesita conocer la aceleración en cada uno de los nodos del mismo. Pero, como se verá, para conocer la aceleración se necesita, primero, conocer la velocidad de dichos nodos. Solamente conociendo estas aceleraciones y las aceleraciones angulares de cada miembro (aceleraciones relacionadas con el movimiento rotacional de cada miembro). Más adelante, se de-

finirá rigurosamente este concepto y se podrán calcular las fuerzas que actúan sobre estos puntos. A su vez, estas fuerzas determinan los esfuerzos en cualquier punto del miembro. Si estos esfuerzos son demasiado altos, la pieza o piezas en cuestión se fracturarán o se deformarán exageradamente. En la figura 1.18 se observa el mecanismo de una máquina perforadora de piel. El giro del volante de inercia se transformará, de nuevo, en un movimiento oscilatorio. ¿Qué se debe cuidar para hacer un buen diseño de esta máquina? Como en el caso anterior, se necesitan conocer los esfuerzos en cada uno de los miembros de la máquina: AB , BC y la perforadora en sí. Pero, como el lector ya sabe (segunda ley de Newton), la fuerza y la aceleración están directamente relacionadas. Al mismo tiempo, para conocer la aceleración de cualquier punto del mecanismo, primero se deben obtener las velocidades en estos puntos. Es decir, para ser más precisos, se debe efectuar un *análisis dinámico* del sistema. En la siguiente sección, se define con detalle en qué consiste este análisis.

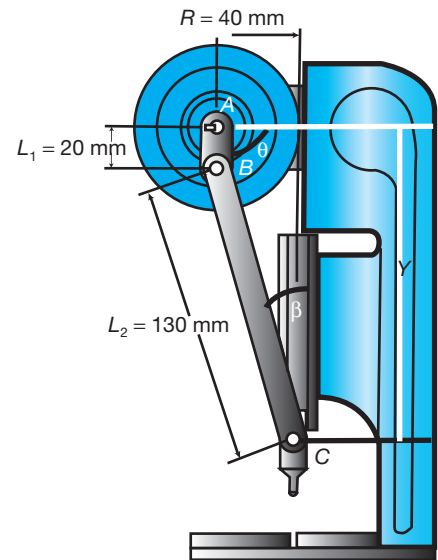


Figura 1.18

ANÁLISIS DINÁMICO DE UN MECANISMO

Después de diseñar un mecanismo, se requiere efectuar un análisis dinámico del mismo. Dicho análisis consta de las siguientes partes:

a) Análisis de posición

Se debe asegurar que el mecanismo se va a mover como se requiera, además de que deberá estar dentro de ciertos límites; por ejemplo, regresando al mecanismo “empuja-cajas” al principio de esta sección (figura 1.17), debe cuidar que el cilindro C , no se mueva demasiado, pues en ese caso la barra D (figura 1.19) podría interferir con el movimiento de las cajas que ya se encuentran en la banda. Por otro lado, el movimiento de C tampoco puede ser demasiado pequeño, pues en ese caso no se lograría el objetivo de empujar la caja hasta la banda. ¿Se mueve C entre los límites deseados? Para contestar esa pregunta, se efectúa un análisis de posición que, básicamente, consiste en aplicar un poco de trigonometría.

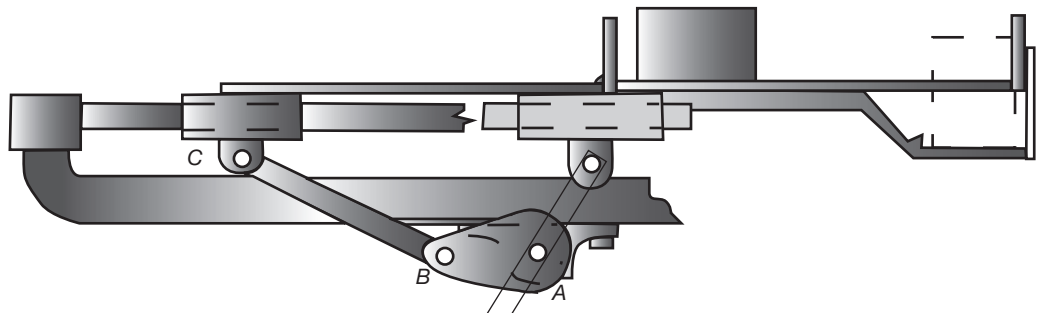


Figura 1.19 Si el cilindro C se mueve demasiado, la barra D puede interferir con el movimiento de las cajas en la banda.

El primer paso para hacer un análisis de posición consiste en construir lo que se llama el **diagrama unifilar** o **diagrama cinemático** del mecanismo en cuestión. En este diagrama, sólo se muestran las dimensiones que influyen el movimiento del mecanismo. En la figura 1.20 se encuentra el diagrama unifilar del mecanismo “empuja-cajas”; como puede verse es importante identificar cada nodo de alguna manera. En la figura 1.21 se muestran las convenciones más usadas para trazar un diagrama de éstos.

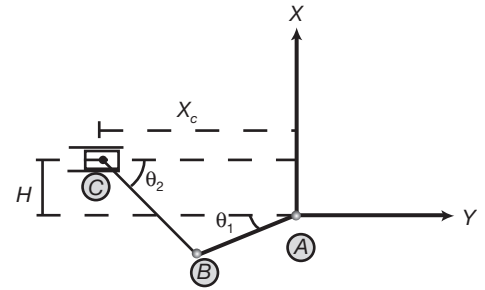


Figura 1.20 Diagrama unifilar (o cinemático) del mecanismo “empuja-cajas”.

Componente	Forma típica	Representación	Componente	Forma típica	Representación
Miembro simple			Objeto deslizante		
Miembro simple con punto de interés adicional			Leva		
Línea compleja			Engranajes		
Articulación tipo bisagra					

Figura 1.21 Símbolos usados para el diagrama unifilar.

Una vez que se tiene el diagrama unifilar, basta realizar algo de trigonometría para obtener las ecuaciones que definen el análisis de posición. En este caso:

$$X_c = L_{AB} \cos(\theta_1) + L_{BC} \cos(\theta_2) \quad (1.1)$$

$$H = L_{BC} \sin(\theta_2) + L_{AB} \sin(\theta_1) \quad (1.2)$$

Si se proporciona el valor de θ_1 como variable independiente, con la segunda de estas ecuaciones se puede obtener θ_2 y una vez hecho esto, se puede usar la primera ecuación para obtener la posición del cilindro X_c que, en este caso, es lo que interesa. Si esto se realiza mediante un programa de computadora, desde $\theta_1 = 0$ hasta $\theta_1 = 360$, se puede obtener la gama total de posiciones del cilindro. En la figura 1.22 se muestra el resultado del programa. Desde luego, la mejor manera de lograrlo es mediante un programa de cómputo.

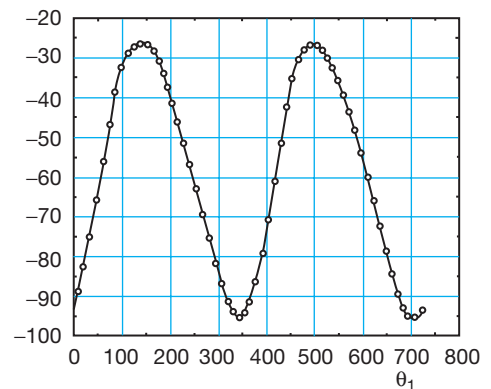


Figura 1.22

La variable X resulta negativa por la forma como se escogió el sistema de referencia (véase el diagrama unifilar de la figura 1.20). Entre otras cosas, puede verse que el máximo desplazamiento del cilindro C será:

$$\Delta X = X_{\text{máx}} - X_{\text{mín}} \approx 70 \text{ mm}$$

b) Análisis cinemático

Al final de este análisis se deberá conocer la aceleración del centro de gravedad de cada uno de los miembros del mecanismo, así como la llamada **aceleración angular** (capítulo 2) de cada uno de estos miembros. Básicamente, se deben obtener la primera y la segunda derivadas respecto al tiempo de las ecuaciones antes vistas (1.1 y 1.2); sin embargo, no se realizará este análisis por el momento, debido a que se necesitan los conceptos y ecuaciones a tratar en el próximo capítulo. Por lo pronto, se puede mencionar que este análisis se compone de las siguientes partes:

- b1) Obtención de la velocidad en cada nodo.
- b2) Obtención de la velocidad angular de cada miembro del mecanismo.
- b3) Obtención de la aceleración de cada nodo.
- b4) Obtención de la aceleración del centro de gravedad de cada miembro.
- b5) Obtención de la aceleración angular de cada miembro del mecanismo.

c) Análisis de fuerzas: Obtención de las fuerzas en cada nodo

Una vez conocidas las aceleraciones proporcionadas por el análisis cinemático y básicamente con ayuda de la segunda ley de Newton, se pueden calcular las fuerzas que actúan en cada uno de los nodos de nuestro mecanismo. Ahora hay que analizar, con base en estas fuerzas, el estado general de esfuerzos al que está sujeto cada miembro y, con base en un conocimiento de los materiales que componen al mecanismo, obtener las deformaciones que sufrirá cada miembro así como el esfuerzo máximo al que tendrá que estar sujeto. Además, como todo mecanismo realiza movimientos periódicos, se debe considerar que cada uno de los miembros puede fallar por fatiga o bien, entrar en resonancia.

Como ejemplo, abajo se muestra parte de los resultados del análisis dinámico aplicado al mecanismo “empuja-cajas”. Específicamente, se muestran las fuerzas en los nodos A y B que son los extremos de la pieza AB (figura 1.23). ¿Qué información de importancia se puede extraer de estas gráficas? Entre otros conceptos se notan los siguientes:

1. La máxima fuerza que causará, a su vez, los máximos esfuerzos que pueda sufrir el miembro AB .
2. Las fuerzas son periódicas, por tanto, habrá que estudiar en una curva $S-N$ cuál es la vida estimada de la pieza. De esta forma se conocerá cada cuándo hay que cambiarla o darle mantenimiento.
3. Se deberán conocer las frecuencias naturales de vibración del miembro AB y asegurarse que no corresponden a las frecuencias con las que se repiten las fuerzas.
4. Por la tercera ley de Newton, las mismas fuerzas que actúan sobre los miembros, actúan también sobre las articulaciones de los nodos. Estas piezas están sujetas a esfuerzos cortantes. Deben calcularse para estar seguros que estas piezas no van a fallar.

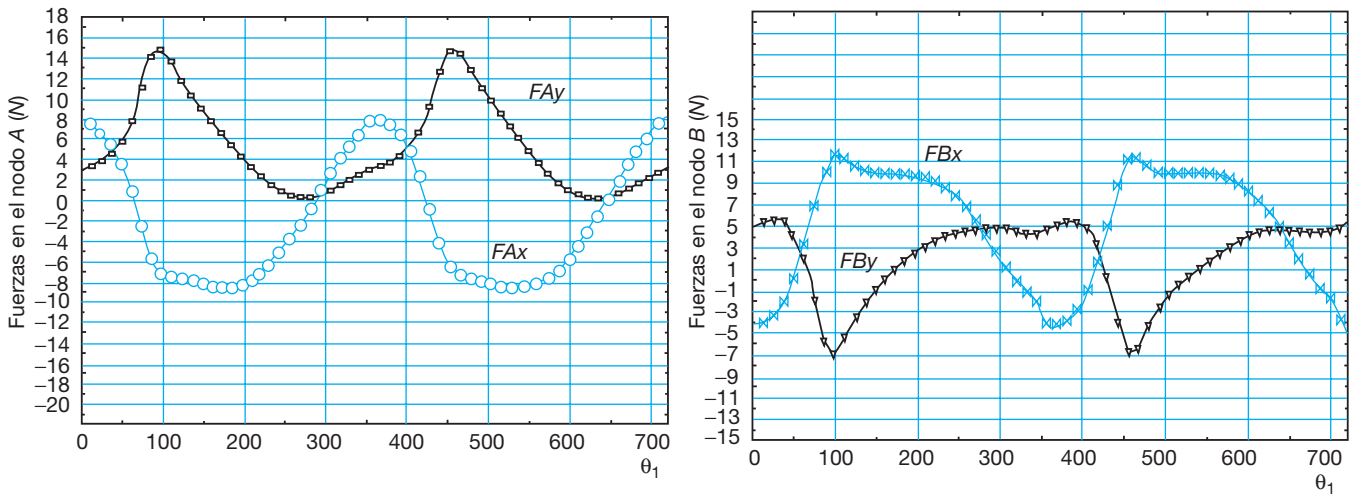


Figura 1.23

d) Obtención de los torques correspondientes para cada miembro que se mueva de manera forzada (por un motor, por ejemplo)

Adicionalmente a lo que ya se ha dicho, se obtiene(n) también el(los) torque(s) que debe(n) proporcionar el(los) motor(es) que mueve(n) al mecanismo y, desde luego, la potencia (donde la potencia es igual a par torsional por velocidad angular) la cual debe tener éste. Es decir, el análisis dinámico también menciona cómo seleccionar el motor.

PARA EL LABORATORIO: LA FRECUENCIA NATURAL DE UN EDIFICIO

En equipos, consigan un alambre y únanlo a unas bolas de plastilina, tal como se muestra en la figura 1.24. A continuación, pónganlo a vibrar como un péndulo invertido y midan el tiempo que tarda la masa en realizar una oscilación completa. El inverso de ese tiempo es la frecuencia.

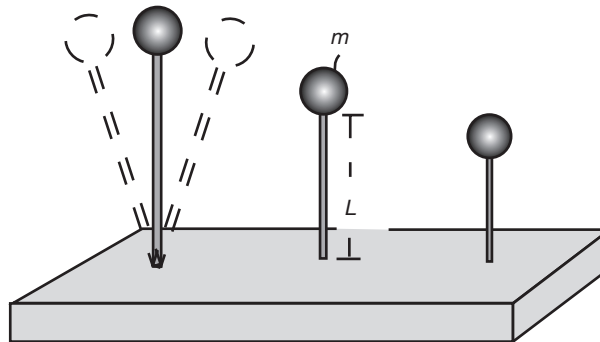


Figura 1.24

Con este simple modelito es posible investigar la dependencia de esta frecuencia natural de algunas variables. Por ejemplo, ¿cómo depende de la altura? Para determinarlo, bastará con repetir el experimento mediante el uso de varillas con diferente longitud. Por otro lado, también se puede cambiar la masa o la flexibilidad de la varilla y repetir el experimento.

1.4

Otros usos de la dinámica

Además de predecir las fuerzas existentes en los distintos miembros de un mecanismo, la dinámica puede ayudar en el diseño de estructuras para hacerlas más seguras. Por ejemplo, en el caso de los automóviles, se estudian los efectos de diferentes tipos de choques. Se busca predecir las aceleraciones a las que estaría sujeto un ser humano en caso de una colisión. Se requiere, también, determinar qué tanto se deformaría el carro y en qué forma lo haría. Para esto, se utilizan muñecos especialmente diseñados con sensores de aceleración y de fuerza en diferentes puntos (figura 1.25).



Figura 1.25 Muñecos con sensores de aceleración para estudiar las consecuencias de un choque automovilístico.

Por otro lado, en el diseño de juegos mecánicos es indispensable considerar las fuerzas a las que se sujetan las diferentes partes de dichos juegos. Considere, por ejemplo, la montaña rusa de la figura 1.26:

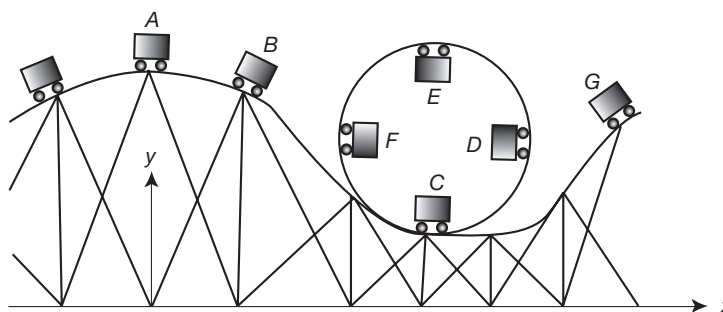
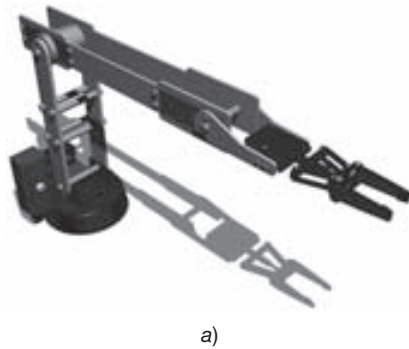


Figura 1.26

Suponga, por ejemplo, que la velocidad en el punto A es igual a cero. En ese caso, la fuerza que resistirá la estructura de la montaña, conocida como fuerza normal, N , será, simplemente igual al peso del carrito (más ocupantes) en ese punto. Sin embargo, en el punto C , la estructura deberá resistir una fuerza mucho mayor dado que, como se observará después con detalle, cuando un objeto se mueve en círculos *no está en equilibrio*, sino que está sujeto a una fuerza resultante dirigida hacia el centro del círculo (fuerza centrípeta). Esto quiere decir que la fuerza normal debe, además de resistir el peso del carro, proporcionar la fuerza centrípeta necesaria. Por otro lado, en el punto E la fuerza normal será muy pequeña dado que, en este caso, el peso proporciona parte de la fuerza centrípeta antes mencionada. Con lo anteriormente dicho, la montaña debe estar más reforzada alrededor del punto C . Por otro lado, piense en el juego mecánico de las sombrillas (figura 1.27); ¿qué tan gruesos deben ser los brazos que unen a cada sombrilla con el eje de la estructura del juego? De nuevo, no se está en una situación de equilibrio y, por tanto, no se pueden usar los métodos vistos en estática. Los brazos en cuestión deben proporcionar

una fuerza centrípeta como en el caso antes mencionado. Pero también se debe considerar la aceleración que tiene cada sombrilla al empezar y al terminar el juego. Por último, no deben olvidar que tanto los brazos de la sombrilla, como las vigas que forman la estructura de la montaña, están sujetos a fuerzas cíclicas y, por tanto, pueden experimentar fatiga.

Otro ejemplo lo constituye el diseño de robots. En las fábricas ensambladoras de carros es indispensable el uso de unos brazos robóticos que, como su nombre lo indica, sustituyen a los brazos humanos. Se usan para soldar, atornillar partes de la carrocería y otras labores. Es indispensable efectuar un análisis dinámico sobre estos elementos para determinar cuáles son las fuerzas que deben soportar y, de esta forma, evitar que se fracturen o se deformen demasiado. Otro ejemplo lo constituye el diseño de un brazo robótico para incorporarlo en una silla de ruedas y aumentar, de esta manera, las habilidades de una persona con problemas motrices (figura 1.28).



(Jupiter Images Corporation)

Figura 1.27 Para diseñar las sombrillas hay que tomar en cuenta la aceleración con la que se mueven.

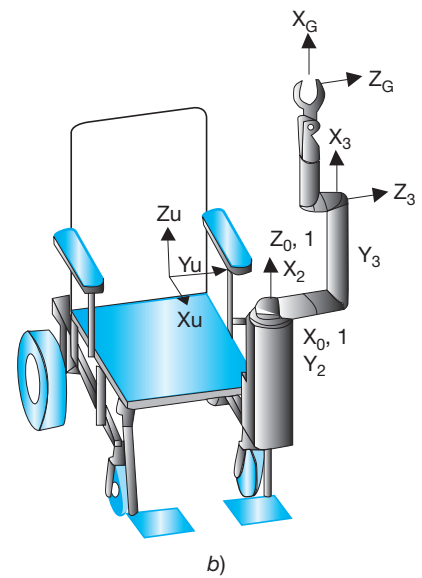


Figura 1.28

En el área de la medicina, la dinámica puede ser usada para realizar diagnósticos médicos así como para diseñar aparatos ortopédicos. Los análisis cinemáticos son muy comunes para los ingenieros biomédicos. Para hacer estos análisis, se pueden colocar cintas reflectoras sobre la piel de los pacientes y monitorear sus movimientos por medio de cámaras de vídeo. Con base en esto pueden obtenerse, por ejemplo, las fuerzas y los pares torsionales que actúan sobre el pie de una persona y determinar el tipo de acción correctiva (ya sea que se trate de un aparato o de alguna terapia) que debería realizar dicha persona (figura 1.29).

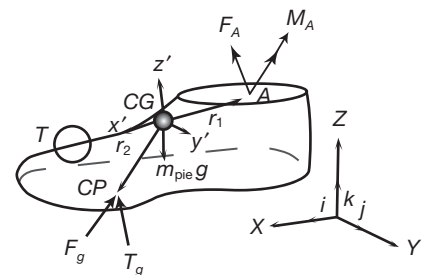


Figura 1.29

La dinámica es fundamental también para mandar satélites artificiales u otras naves al espacio.

RESUMEN

La palabra mecánica viene del griego *mekanos* que significa “movimiento”. La mecánica es la rama de la física que estudia el movimiento. Básicamente, la mecánica se divide en **dinámica** y **estática**. La estática estudia las fuerzas necesarias para mantener a un objeto sin acelerarse (es decir, en equilibrio). La dinámica se encarga de los objetos que no se mueven a una velocidad constante.

Un mecanismo es la parte de una máquina que transforma un tipo de movimiento en otro. Gracias a la dinámica los ingenieros pueden calcular las fuerzas que actúan en cada uno de los miembros de un mecanismo y de esta forma estos profesionales pueden estar seguros de que el mecanismo no se va a romper o a deformar demasiado. Para lograr esto se practican tres tipos de análisis sobre un mecanismo: **análisis de posición** que sirve para asegurarnos de que el mecanismo se mueve como a nosotros gustaría, **análisis cinemático** que sirve para determinar las velocidades y aceleraciones de los nodos y los centros de gravedad de cada uno de los miembros que forman un mecanismo y finalmente, en el **análisis dinámico** se obtienen las fuerzas sobre cada nodo así como la magnitud del par requerido (usualmente proporcionado por un motor) para mover el mecanismo.

Algunos conceptos definidos son:

1) La fuerza puede definirse a partir de la segunda ley de Newton como:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

En el Sistema Internacional se mide en “newtons”, y son iguales a:

$$[\vec{F}] = [m \vec{a}] = \left[\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] = [\text{N}]$$

2) Cuerpo rígido: Es un objeto que mantiene su forma sin importar las fuerzas que actúen sobre él. Aunque es un concepto muy útil, en la realidad no existen los cuerpos rígidos.

3) Nodo: Punto de unión de dos o más cuerpos rígidos.

4) Esfuerzo: Se define como la fuerza que actúa sobre una superficie de un objeto entre el área de esta superficie. Pue-

de ser de tensión, si la fuerza en cuestión es perpendicular a la superficie y actúa hacia fuera del objeto, de compresión si la fuerza es perpendicular al objeto y actúa hacia el interior del mismo o cortante cuando la fuerza es tangente a la superficie. En todos los casos los materiales se caracterizan por romperse cuando estos esfuerzos alcanzan ciertos valores bien definidos. Las unidades del esfuerzo en el Sistema Internacional son $[\text{N}/\text{m}^2]$ también llamados “pascales” (Pa), aunque casi siempre se usan múltiplos de esta unidad. Hay que hacer notar que el esfuerzo es una variable local que puede variar dentro de un mismo objeto. Cuando un esfuerzo actúa en forma cíclica sobre un objeto puede producir fallas por las siguientes causas: **Fatiga**, que es cuando un material se somete a esfuerzos periódicos y falla después de determinado número de ciclos, N , aunque la amplitud de estos esfuerzos sea menor que el esfuerzo de ruptura. Un ejemplo sencillo lo constituye un “clip”. Si se dobla una sola vez va a resistir; pero si se dobla y desdobra varias veces llegará el momento en el que se rompa. **Resonancia:** Cualquier objeto cuando se saca de su estado de equilibrio tiende a oscilar. Si no se le perturba la frecuencia con la que vibra se conoce como “frecuencia natural de vibración”. Si ahora se le aplica una fuerza externa periódica al objeto, cuya frecuencia sea igual a una de las frecuencias naturales de vibración, la amplitud con la que se mueva el objeto va a ir aumentando más y más hasta que se rompa. Para que haya resonancia deben cumplirse dos condiciones: a) La frecuencia de la fuerza externa debe coincidir con la frecuencia natural de vibración del sistema. En este punto es importante hacer notar que un sistema puede tener más de una frecuencia natural de vibración. b) Casi no debe haber pérdidas de energía por fricción (o por alguna otra razón). La dinámica ayuda a prevenir las fallas antes mencionadas. En el caso de una colisión la dinámica también ayuda a intentar reproducir las posibles consecuencias de este choque. La dinámica es también indispensable en el diseño de robots.

En el área de la medicina, la dinámica se puede utilizar para realizar diagnósticos médicos así como para diseñar aparatos ortopédicos. Gracias a ella se puede determinar, por decir algo, si un paciente apoya demasiado sus pies en algunos puntos o si hace esto cómo debería hacerlo.

PROBLEMAS

- 1.1 ¿Qué significan las palabras “mecánica” y “dinámica”?
- 1.2 Con sus propias palabras, ¿qué es una máquina y qué es un mecanismo?
- 1.3 ¿Qué es un análisis dinámico y para qué sirve?
- 1.4 Considere algunos mecanismos como los de la figura 1.30 y suponga que se han hecho mal los cálculos subestimando las fuerzas que se presentan sobre los nodos de estos mecanismos. ¿Qué puede pasar?

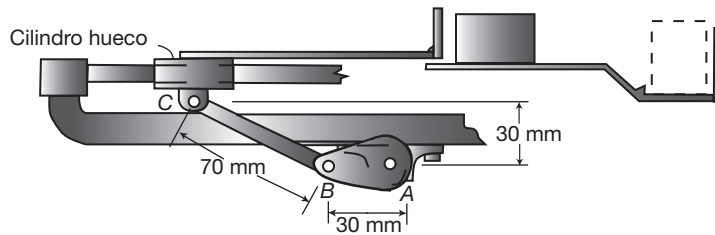


Figura 1.30

- 1.5 Regresando al problema anterior, suponga ahora que se sobrestimaron las fuerzas sobre los nodos de estos mecanismos. ¿Qué puede pasar?
- 1.6 En qué consisten los siguientes mecanismos y en qué tipos de dispositivos pueden usarse: biela-manivela, yugo escocés, mecanismos de retorno rápido.
- 1.7 Describa en qué consiste la fatiga y la resonancia.
- 1.8 Trace un diagrama unifilar del mecanismo usado en su carro para limpiar el parabrisas (figura 1.31). ¿Cómo funciona?



Figura 1.31

- 1.9 El mecanismo de la figura 1.32 sirve para cerrar cajas. Trace un diagrama unifilar del mismo. ¿Cómo funciona?
- 1.10 El mecanismo que se muestra en la figura 1.33 sirve para lavar carros. El movimiento circular del motor se transforma en el movimiento oscilatorio de la manguera que debe hacer el trabajo (¿puede verlo usted?). Realice un análisis de posición de este mecanismo. En este caso, ¿cuál es la variable importante?

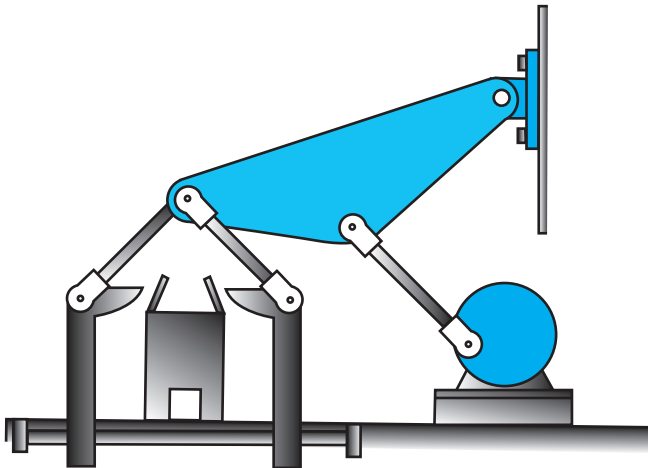


Figura 1.32

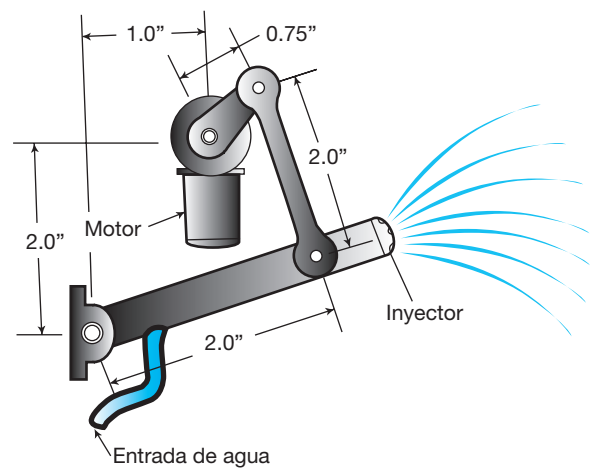


Figura 1.33